সূচিপত্র

- বিষয় ও অধ্যায়ভিত্তিক প্রশ্ন বিশ্লেষণ এবং প্রশ্ন সংযোজন ০৭
- ভর্তি বিজ্ঞপ্তি ১০
- শিক্ষার্থীদের প্রশ্ন ও উত্তর ১১
- WHY গণিত বিচিত্রা ১৩
- বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার প্রশ্নব্যাংক ১৪
- টেকনিক পার্ট ৪৯

গণিত বিচিত্রা ১ম পত্র

অধ্যায়-০১ : ম্যাট্রিক্স ও নির্ণায়ক ৫৭
অধ্যায়-০২ : ভেক্টর ৯৬
অধ্যায়-০৩ : সরলরেখা ১১৮
অধ্যায়-০৪ : বৃত্ত ১৭০
অধ্যায়-০৫ : বিন্যাস ও সমাবেশ ১৯৯
অধ্যায়-০৬ : ত্রিকোণমিতিক অনুপাত ২৩৪
অধ্যায়-০৭ : সংযুক্ত কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাত ২৪৮
অধ্যায়-০৮ : ফাংশন ও ফাংশনের লেখচিত্র ২৭৮
অধ্যায়-০৯ : অন্তরীকরণ ৩০০
অধ্যায়-১০ : যোগজীকরণ ৩৭৭

গণিত বিচিত্রা ২য় পত্র

অধ্যায়-০১ : বাস্তব সংখ্যা ও অসমতা ৪৪১
অধ্যায়-০২ : যোগাশ্রয়ী প্রোগ্রাম ৪৫৯
অধ্যায়-০৩ : জটিল সংখ্যা ৪৬৯
অধ্যায়-০৪ : বহুপদী ও বহুপদী সমীকরণ ৪৯২
অধ্যায়-০৫ : দ্বিপদী বিস্তৃতি ৫২১
অধ্যায়-০৬ : কনিক ৫৪৩
অধ্যায়-০৭ : বিপরীত ত্রিকোণমিতিক ফাংশন ও ত্রিকোণমিতিক সমীকরণ ৫৯২
অধ্যায়-০৮ : স্থিতিবিদ্যা ৬২১
অধ্যায়-০৯ : সমতলে বস্তুকণার গতি ৬৪৫
অধ্যায়-১০ : বিস্তার পরিমাপ ও সম্ভাবনা ৬৭৮

- পেপার ফাইনাল ৭১১
- সাবজেক্ট ফাইনাল ৭১৫
- পূর্ণাঙ্গ মডেল টেস্ট (বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার অনুরূপ) ৭১৯

সহায়ক গ্রন্থাবলি [কৃতজ্ঞতা স্বীকার ও রেফারেন্স বুক] গণিত ১ম ও ২য় পত্র

- গণিত বিচিত্রা ১ম ও ২য় পত্রে নিম্নলিখিত লেখকবৃন্দের বইসমূহের তথ্য সংকলিত হয়েছে। এজন্য **জয়কলি পাবলিকেশন্স** তাদের নিকট চিরকৃতজ্ঞ।
- ছাত্র-ছাত্রীদের সুবিধার কথা বিবেচনায় এবং বইটিতে স্থানাভাবের কারণে নিম্নোক্তভাবে সম্মানিত লেখকবৃন্দের মধ্য থেকে একজনের নাম রেফারেন্স হিসেবে সংক্ষিপ্তাকারে উল্লেখ করতে হয়েছে। এজন্য আমরা আন্তরিকভাবে দুঃখিত। আশা করি, সম্মানিত লেখকবৃন্দ বিষয়টিকে ক্ষমাসুন্দর দৃষ্টিতে দেখবেন।

নং	সম্মানিত লেখকবৃন্দের নাম	রেফারেন্স
১	▪ হাবিবুর রহমান আকন্দ ▪ মোঃ গিয়াস উদ্দিন ▪ প্রবীর রায়	[Ref: গিয়াস]
২	▪ মোঃ নজরুল ইসলাম ▪ মোঃ কেতাব উদ্দীন	[Ref: কেতাব]
৩	▪ এস, ইউ, আহাম্মদ ▪ এম এ জব্বার	[Ref: এস.ইউ]
৪	▪ রফিকুল ইসলাম ▪ হাবিবুর রহমান ▪ কাজী কামরুজ্জামান ▪ মিজানুর রহমান সরকার ▪ কাজল কান্তি দাস ▪ ড.মো.শেখ ফরিদ	[Ref: রফিকুল]
৫	▪ অসীম কুমার সাহা ▪ মোঃ নূরুল ইসলাম ▪ প্রফেসর ড. বি. এম. ইকরামুল হক ▪ মোঃ খলিলুর রহমান	[Ref: অসীম]
৬	▪ প্রফেসর ইলিয়াস হোসেন ▪ হাফিজুর রহমান ▪ মাইদুল ইসলাম ▪ মনিরুল ইসলাম	[Ref: হাফিজুর]
৭	▪ হারুনুর রশীদ	[Ref: হারুনুর]
৮	▪ আহসান উল্লাহ ▪ তাহমিনা বেগম	[Ref: তাহমিনা]
৯	▪ নাসির হোসেন ▪ জাকির হোসেন ▪ আমিনুল ইসলাম তিতাস	[Ref: নাসির]
১০	▪ ড.এ.জেড. খান	[Ref: এ.জেড]
১১	▪ জাকারিয়া তৌহিদ ▪ প্রকৌ. মোঃ মেহেদী হাসান ▪ এ.টি. এম আসাদুজ্জামান ▪ প্রকৌ. মুঃ রেজাউল করিম	[Ref: জাকারিয়া]
১২	▪ ধীরাজ মোহন মন্ডল	[Ref: ধীরাজ]
১৩	▪ কালিপদ দাস	[Ref: কালিপদ]
১৪	▪ ড. পেয়ার আহম্মেদ	[Ref: পেয়ার]
১৫	▪ মোঃ মনিরুজ্জামান	[Ref: মনিরুজ্জামান]
১৬	▪ মকবুল হোসেন ▪ নূরুল আলম খান ▪ শাহখান ▪ কামাল হোসেন ▪ আমিরুল ইসলাম	[Ref: মকবুল]
১৭	▪ মাসুদুল হাকিম ▪ মিজানুর রহমান ▪ ফখর উদ্দিন ▪ আলী ফরহাদ ▪ আব্দুল মান্নান খান	[Ref: হাকিম]
১৮	▪ বিপুল চন্দ্র বিশ্বাস ▪ পার্থ সারথী দাশ ▪ মোঃ আমিনুর রহমান ▪ আলী আকবর	[Ref: বিপুল]

এছাড়াও দেশি-বিদেশি বহু গ্রন্থ, সহায়ক বই ও ইন্টারনেটের সহযোগিতা নেওয়া হয়েছে।

জয়কলি'র বই Text Book-এর বিকল্প নয়; বরং ভর্তি পরীক্ষার সহজ উপস্থাপন

বুয়েট-মেডিকেল-বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষায় Text Book-এর কোনো বিকল্প নেই। প্রতিটি বিষয়ে ১০/১৫টির অধিক Text Book রয়েছে। ভর্তি পরীক্ষায় যেকোনো লেখকের বই থেকে প্রশ্ন আসতে পারে। সেক্ষেত্রে তুমি কোন বইটি পড়ে প্রস্তুতি নিবে? একজন শিক্ষার্থীর পক্ষে এই স্বল্পসময়ে অনেক লেখকের বই সংগ্রহ করে তা একই সাথে সমন্বয় করে পড়া সম্ভব না। শিক্ষার্থীদের এসব সমস্যার কথা চিন্তা করে বিষয়ভিত্তিক সকল লেখকের বইয়ের গুরুত্বপূর্ণ সকল তথ্য, MCQ প্রশ্ন ও গাণিতিক সমস্যাবলি এবং বিগত সালের সকল প্রশ্ন দিয়ে Step by Step-এ সাজানো হয়েছে জয়কলি'র প্রত্যেকটি বই। তাই, ভর্তি পরীক্ষার সহায়ক সেরা Text Book-ই হচ্ছে জয়কলি'র বই। আর ভর্তি প্রস্তুতিতে জয়কলি'র ১সেট বই-ই যথেষ্ট। ভর্তি পরীক্ষার জন্য জয়কলি'র ১সেট [বুয়েট/ মেডিকেল/ বিজ্ঞান/ মানবিক/ ব্যবসায় শিক্ষা] বই পড়লে প্রায় ১০০% প্রশ্ন কমন ও চান্স নিশ্চিত।

বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার জন্য জয়কলি প্রকাশিত গণিত বিচিত্রা বইটি কিনলে কী কী সুবিধা পাবে?

HSC পরীক্ষার্থী/একাদশ/দ্বাদশ শ্রেণির শিক্ষার্থীরা, আজই জয়কলি'র ১সেট বই হাতে নিয়ে জয়কলি একাডেমির ফেসবুক পেইজে ফ্রি ক্লাস করে ভর্তি যুদ্ধে এগিয়ে থাকো।

YouTube JoykolyAcademy

কেন জয়কলি'র Facebook Page-এ লাইক দিবে ও Youtube Channel সাবস্ক্রাইব করে আমাদের সাথে যুক্ত থাকবে?

বইটি কিনলে যে সকল কোর্স/ক্লাস ফ্রিতে করতে পারবে

সাথে রাখো জয়কলি'র ১ সেট বই

জয়কলি'র কোর্সসমূহ	কোর্স ফি
Engineering Aid	৫০০০/-
Medi Aid	৫০০০/-
Varsity Aid (বিজ্ঞান/মানবিক/বাণিজ্য)	৪০০০/-
Agri Aid	৩০০০/-
GST Aid	৩০০০/-
Nursing Aid	২৫০০/-
JU/RU/CU/BUP Aid	২৫০০/-
জাতীয় বিশ্ববিদ্যালয় NU Aid (বিজ্ঞান/মানবিক/বাণিজ্য)	৩০০০/-

বইটি ক্রয়ের সুবিধাসমূহ :

- অভিজ্ঞ ও সুদক্ষ শিক্ষক প্যানেল দ্বারা ক্লাস পরিচালনা
- প্রতিদিন বিকাল ৪টা–রাত ১০টা পর্যন্ত ফ্রি Live ক্লাস
- ক্লাস শেষে ডেইলি এক্সামের মাধ্যমে নিজেকে যাচাই
- সকল বিশ্ববিদ্যালয়ের ভর্তি পরীক্ষার ফ্রি মডেল টেস্ট
- প্রতিটি ভর্তি পরীক্ষার শেষে Live ক্লাসে প্রশ্ন সমাধান
- যেকোনো প্রশ্নের মেসেজ রিপ্লাই দ্রুত দেওয়া হয়
- সকল বিশ্ববিদ্যালয়ের খুঁটিনাটি সকল তথ্য সবার আগে
- ঘটে যাওয়া সাম্প্রতিক বিষয়াবলি সবার আগে উপস্থাপন
- শিক্ষামূলক তথ্যসমৃদ্ধ ব্লগ ও ভিডিওগ্রাফির মাধ্যমে উপস্থাপন
- দ্রুত উত্তর করতে প্রচলিত নিয়মের বাইরে বিশেষ টেকনিকে প্রশ্ন সমাধান
- ভর্তি সংক্রান্ত বিষয়ে অভিজ্ঞ শিক্ষকদের গাইডলাইনমূলক ক্লাস ও দিক-নির্দেশনা
- বিগত বছরের টপার ভাইয়া ও আপুদের নিকট হতে দিক-নির্দেশনা ও গাইডলাইন
- ফ্রি Live ক্লাসের Video গুলো youtube-এ বিষয়ভিত্তিক Playlist আকারে সাজানো

বিশ্ববিদ্যালয়ে চান্স পেতে চাও, আজই জয়কলি'র ১সেট বই হাতে নাও।

Page Name : Joykoly-জয়কলি
Page Link : fb.com/joykoly

Page Name : Joykoly Academy
Page Link : fb.com/JoykolyAcademyBD

বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি প্রস্তুতির ফ্রি কোর্স প্লান

বিজ্ঞান বিভাগ

শিক্ষার্থীবৃন্দ, জয়কলি একাডেমির ফেসবুক পেইজে ফ্রি কোর্স/ক্লাস করো

বিষয়	পদার্থবিজ্ঞান	রসায়ন	উ. গণিত	জীববিজ্ঞান	বাংলা	ইংরেজি
লেকচার সংখ্যা	১০ টি	১০ টি	১০ টি	১০ টি	১৫ টি	১৫ টি
ডেইলি এক্সাম	১০ টি	১০ টি	১০ টি	১০ টি	১৫ টি	১৫ টি
পেপার ফাইনাল	০২ টি	০২ টি	০২ টি	০২ টি	০২ টি	০২ টি
সাবজেক্ট ফাইনাল	০১ টি	০১ টি	০১ টি	০১ টি	০১ টি	০১ টি
ফাইনাল মডেল	মোট ১০ টি (বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার অনুরূপ)					

মোট লেকচার ৭০ টি, মোট ডেইলি এক্সাম ৭০ টি, মোট পেপার ফাইনাল ১২ টি, মোট সাবজেক্ট ফাইনাল ০৬ টি ও ফাইনাল মডেল টেস্ট ১০ টি

ঘরে বসেই নিজে নিজে বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার পূর্ণাঙ্গ প্রস্তুতির আদর্শ গৃহশিক্ষক–

১. জয়কলি'র বিজ্ঞান সিরিজের ১সেট বই ২. জয়কলি একাডেমির ফেসবুক পেইজের ফ্রি ক্লাস

WHY গণিত বিচিত্রা

গুরুত্বপূর্ণ তথ্য, বিগত প্রশ্ন, সম্ভাব্য MCQ ও গাণিতিক প্রশ্ন, Self Test ও Model Test-এর গুরুত্ব

প্রতিবছর এই সকল Topic থেকে অনেক প্রশ্ন হুবহু/অনুরূপভাবে কমন পড়ে। ঢাবি ভর্তি পরীক্ষার সর্বশেষ প্রশ্নের আলোকে **গণিত বিচিত্রা** বইটি রচিত বিধায় প্রশ্নকর্তা যে ধরনের প্রশ্নই প্রণয়ন করুক না কেন, প্রশ্নটি কোনো না কোনোভাবে উল্লিখিত Topic গুলোর সাথে হুবহু বা অনুরূপভাবে মিলে যায়। তাই, উল্লিখিত Topic পড়া খুবই গুরুত্বপূর্ণ। ২০২৪-২০২৫ শিক্ষাবর্ষে ঢাবি ভর্তি পরীক্ষার কিছু প্রশ্নের নমুনা নিচে দেওয়া হলো-

গণিত বিচিত্রা : Step-3 (Previous Year Question) Page = 286	**ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষা : 2024-25**
10. $f(x)=\frac{1}{\sqrt{4-x^2}}$ বাস্তব ফাংশনটির ডোমেন এবং রেঞ্জ- [DU: 14-15,CU:22-23] Ⓐ $x<-2, y>\frac{1}{2}$ Ⓑ $-2<x<2, y\geq\frac{1}{2}$ Ⓒ $-2\leq x\leq 2, y<\frac{1}{2}$ Ⓓ $-x<-2 \& x>, -2<y<2$ **Ans: B**	**01.** $f(x)=\frac{1}{\sqrt{4-x^2}}$ ফাংশনটির ডোমেন কত? Ⓐ $-2\leq x\leq 2$ Ⓑ $-2<x<2$ Ⓒ $0\leq x\leq 2$ Ⓓ $-2\leq x\leq 0$ **Ans: B**
গণিত বিচিত্রা : Step-3 (Previous Year Question) Page = 264	**ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষা : 2024-25**
02. ABC ত্রিভুজে a : b : c = 3 : 7 : 5 হলে, $\angle B$ = ? [DU-7College:22-23,DU:15-16;JU:23-24,RU:16-17,10-11;MBSTU:16-17; PUST,SAU:14-15; JUST:13-14;BRUR:17-18; BSMRSTU;HSTU:19-20] Ⓐ 60° Ⓑ 30° Ⓒ 90° Ⓓ 120° **Ans: D**	**02.** একটি ত্রিভুজের a, b, c তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 3, 5, 7 হলে, $\angle C$ = ? Ⓐ 120° Ⓑ $\cos^{-1}\left(\frac{11}{14}\right)$ Ⓒ $\cos^{-1}\left(\frac{13}{14}\right)$ Ⓓ $\sin^{-1}\left(\frac{11}{14}\right)$ **Ans: A**
গণিত বিচিত্রা : Step-2 (For Practice) Page = 177	**ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষা : 2024-25**
02. $x^2+y^2-4x-6y+c=0$ বৃত্তটি X-অক্ষকে স্পর্শ করলে c এর মান কত? **Ans:** 4	**04.** $x^2+y^2-4x-6y+c=0$ বৃত্তটি x অক্ষকে স্পর্শ করলে, c এর মান কত? Ⓐ 0 Ⓑ 4 Ⓒ 1 Ⓓ 12 **Ans: B**
গণিত বিচিত্রা : Step-3 (Previous Year Question) Page = 420	**ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষা : 2024-25**
02. $y=2x-x^2$ বক্ররেখা এবং X অক্ষ দ্বারা সীমাবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত? [CU:20-21;JU: 17-18;RU:10-11] Ⓐ $\frac{3}{4}$ Ⓑ $-\frac{3}{4}$ Ⓒ $\frac{4}{3}$ Ⓓ $-\frac{4}{3}$ **Ans: C**	**05.** $y=2x-x^2$ এবং x-অক্ষ দ্বারা আবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত? Ⓐ $\frac{4}{3}$ sq Ⓑ $\frac{2}{3}$ sq Ⓒ $\frac{8}{3}$ sq Ⓓ 1 sq **Ans: A**
গণিত বিচিত্রা : (Self Test) Page = 166	**ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষা : 2024-25**
10. $3x+7y=21$ এবং $2ax-3by+6=0$ একই সরলরেখা প্রকাশ করলে a ও b এর মান কোনটি? Ⓐ $a=\frac{2}{3}, b=-\frac{3}{7}$ Ⓑ $a=-\frac{3}{7}, b=-\frac{2}{3}$ Ⓒ $a=-\frac{3}{7}, b=\frac{2}{3}$ Ⓓ $a=\frac{10}{7}, b=-\frac{9}{7}$ **Ans: C**	**09.** $3x+7y=21$ এবং $2ax-3by+6=0$ সমীকরণদ্বয় একই সরলরেখা প্রকাশ করলে a এবং b এর মান কত? Ⓐ $a=1, b=2$ Ⓑ $a=-\frac{3}{7}, b=\frac{2}{3}$ Ⓒ $a=0, b=1$ Ⓓ $a=\frac{1}{2}, b=4$ **Ans: B**
গণিত বিচিত্রা : Part-3 (HSC) Page = 561	**ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষা : 2024-25**
13. $9x^2+25y^2=225$ কনিকের নিয়ামকদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব কত? [কু. বো. ২২] Ⓐ $\frac{25}{4}$ Ⓑ $\frac{25}{2}$ Ⓒ 4 Ⓓ 8 **Ans: B**	**10.** $9x^2+25y^2=225$ কনিকের নিয়ামকদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব কত? Ⓐ $\frac{25}{2}$ Ⓑ 25 Ⓒ $\frac{15}{2}$ Ⓓ 5 **Ans: A**
গণিত বিচিত্রা : Step-3 (Previous Year Question) Page = 469	**ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষা : 2024-25**
06. একক্কের একটি জটিল ঘনমূল ω হলে $(1+\omega-\omega^2)(\omega+\omega^2-1)(\omega^2+1-\omega)$ এর মান কত? [DU: 10-11; IU-D: 18-19; JKKNIU: 19-20] Ⓐ −8 Ⓑ 8 Ⓒ 0 Ⓓ 1 **Ans: A**	**11.** $\omega^3=1$ হলে, $(1+\omega-\omega^2)(\omega+\omega^2-1)(\omega^2+1-\omega)$ = ? Ⓐ 0 Ⓑ 8 Ⓒ −8 Ⓓ 1 **Ans: C**
গণিত বিচিত্রা : Step-3 (Previous Year Question) Page = 296	**ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষা : 2024-25**
05. $\lim_{x\to 0}\frac{\ln(1+x)}{x}$ = ? [JU-H:18-19; RU:16-17,15-16,14-15,10 11; JKKNIU:17 18, CU:20-21; KU:16-17,15-16; HSTU:14-15;JU:17-18,15-16;BAU:18-19,14-15] Ⓐ e^x Ⓑ $\frac{1}{2}$ Ⓒ 1 Ⓓ x **Ans: C**	**15.** $\lim_{x\to 0}\frac{ln(1+x)}{x}$ = ? Ⓐ 0 Ⓑ $\frac{1}{2}$ Ⓒ −1 Ⓓ 1 **Ans: D**

এভাবেই ২০২৪-২৫ শিক্ষাবর্ষে গণিত বিচিত্রা বইটি থেকে ১৫টি প্রশ্ন কমন পড়েছে। বিস্তারিত প্রমাণ দেখুন ১৪ পৃষ্ঠায়।

বিগত বছরগুলোতে ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষায় **গণিত বিচিত্রা** বইটি থেকে প্রায় **সকল প্রশ্ন-ই** হুবহু/অনুরূপভাবে কমন পড়েছে। এরই ধারাবাহিকতায় বইটি থেকে এবছরও সকল প্রশ্ন কমন পড়বে। তাই হাজারো শিক্ষার্থীর অবাক করা সাফল্য অর্জনে ভূমিকা পালন করায় **গণিত বিচিত্রা** আজ পাঠক জনপ্রিয়তার সবার শীর্ষে।
বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষায় তোমাদের পদচারণায় মুখরিত হোক বিশ্ববিদ্যালয় -এর ক্যাম্পাস।
সকলের জন্য শুভকামনা।

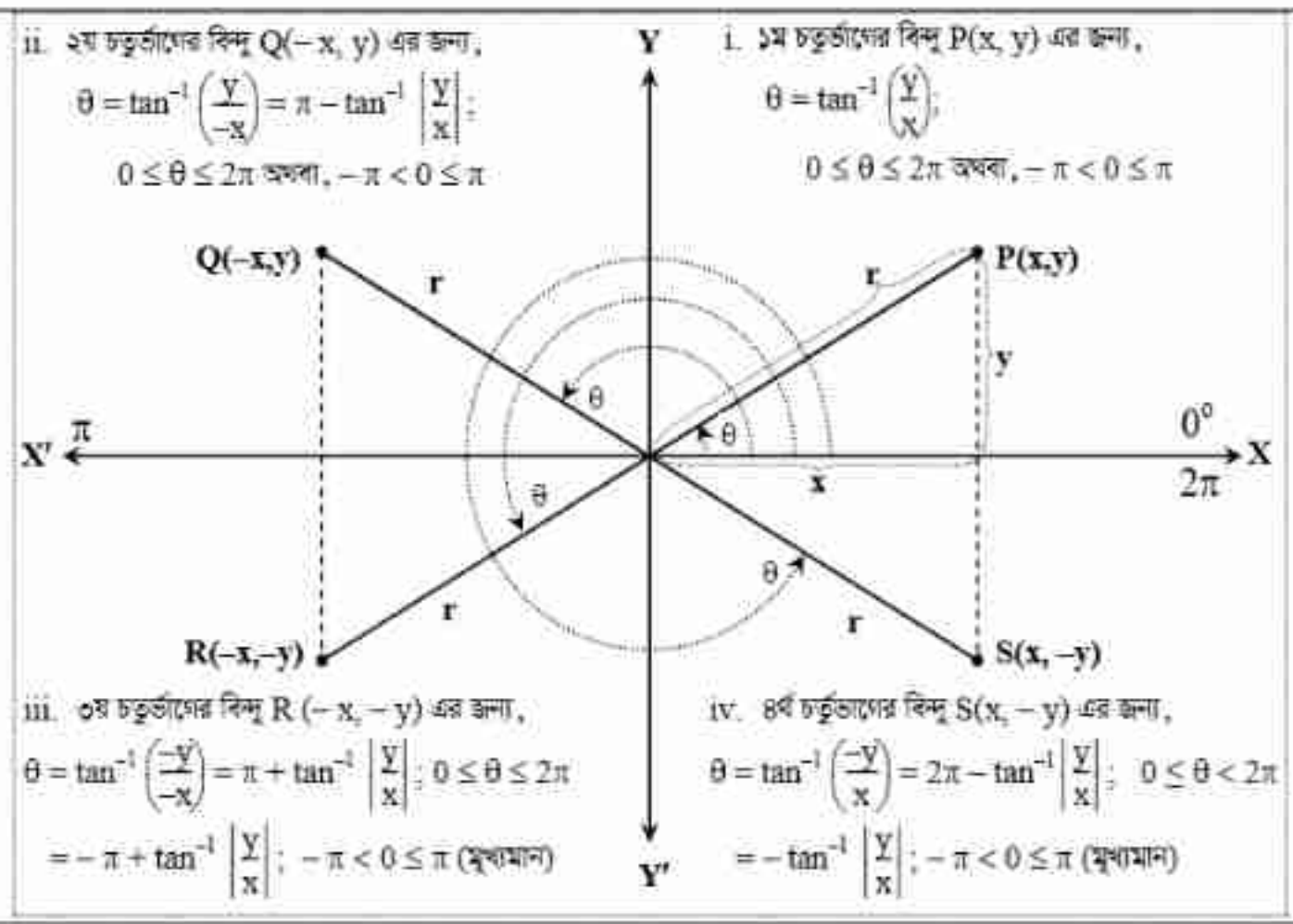
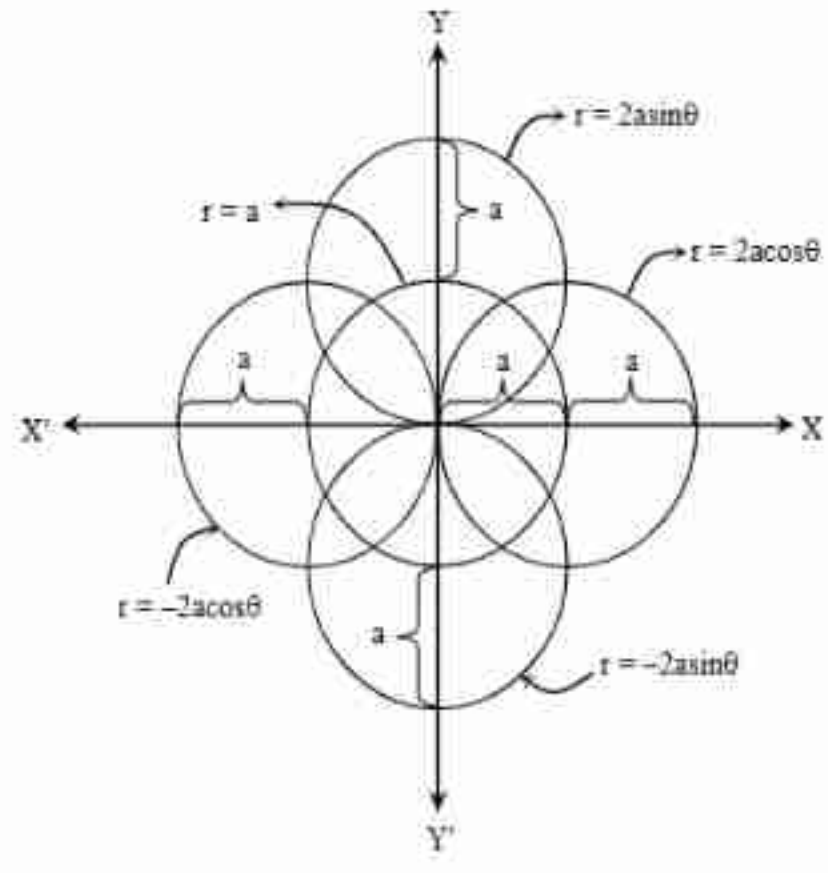
পদার্থ বিচিত্রা, রসায়ন বিচিত্রা, গণিত বিচিত্রা থার্মোডাইনামিক্স বিচিত্রা বইগুলো পড়লে বিশ্ববিদ্যালয় চান্স নিশ্চিত।
গণিত বিচিত্রা
শিক্ষার্থীদের ১ম চয়েস

টেকনিক পার্ট

সুপ্রিয় শিক্ষার্থী বন্ধুরা, আশা করি শারীরিক সুস্থতার মধ্য দিয়ে ভর্তি পরীক্ষার প্রস্তুতি পুরোদমে চালিয়ে যাচ্ছো। সকল বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষায় **গণিত** বিষয়ে ভালো নম্বর প্রাপ্তিই হবে তোমাদের সাফল্যের অন্যতম চাবিকাঠি। তাই গণিতে ভালো করার ওপর জোর দাও। সকল বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার প্রস্তুতিতে গণিত বিচিত্রার সকল গাণিতিক সমস্যাবলি সহজ ও Magic কৌশল, শর্ট টেকনিক, ক্যালকুলেটরের সাহায্য ছাড়াই দ্রুত সমাধানের অভিনব কৌশলে সাজানো হয়েছে। সকল বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষায় গণিত বিষয়ে পূর্ণাঙ্গ প্রস্তুতির জন্য–

- Basic Information ও Short Technique আয়ত্তে নাও।
- ক্যালকুলেটর ছাড়াই গাণিতিক সমস্যার সমাধানের কৌশল আয়ত্তে নাও।
- বিগত বছরের সকল প্রশ্নের সমাধান বারবার অনুশীলন করবে।
- গাণিতিক সমস্যার সমাধান ও সূত্র প্রয়োগ কৌশল আয়ত্তে নাও।
- বেশি বেশি MCQ প্রশ্ন অনুশীলন করবে।
- প্রতি অধ্যায়ের শেষে Self Test দ্বারা নিজেকে যাচাই করবে।

Magic কৌশল

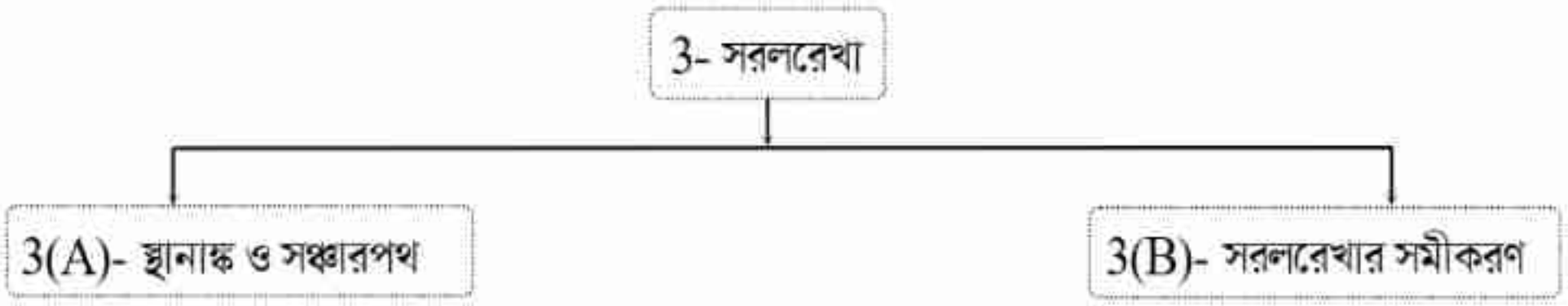
Topics	অভিনব কৌশলে সমাধান
❑ A ম্যাট্রিক্সের মাত্রা $= 3 \times 2$ এবং B ম্যাট্রিক্সের মাত্রা $= 2 \times 2$ হলে, AB ও BA গুণন ম্যাট্রিক্সের মাত্রা বিশ্লেষণ :	A B: $3\times\underline{2}\ \ \underline{2}\times 2$ → একই রকম সংখ্যা হলে গুণন সম্ভব; 3×2 → গুণনের ফলে প্রাপ্ত AB ম্যাট্রিক্সের মাত্রা B A: $2\times\underline{2}\ \ \underline{3}\times 2$ → 2 ও 3 একই রকম সংখ্যা নয় সুতরাং BA গুণন সম্ভব নয়
❑ সরলরেখায়: পোলার ⇌ কার্তেসীয় জটিল সংখ্যায়: মডুলাস ও আর্গুমেন্ট	
❑ পোলারে বৃত্তের সমীকরণ	

JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS

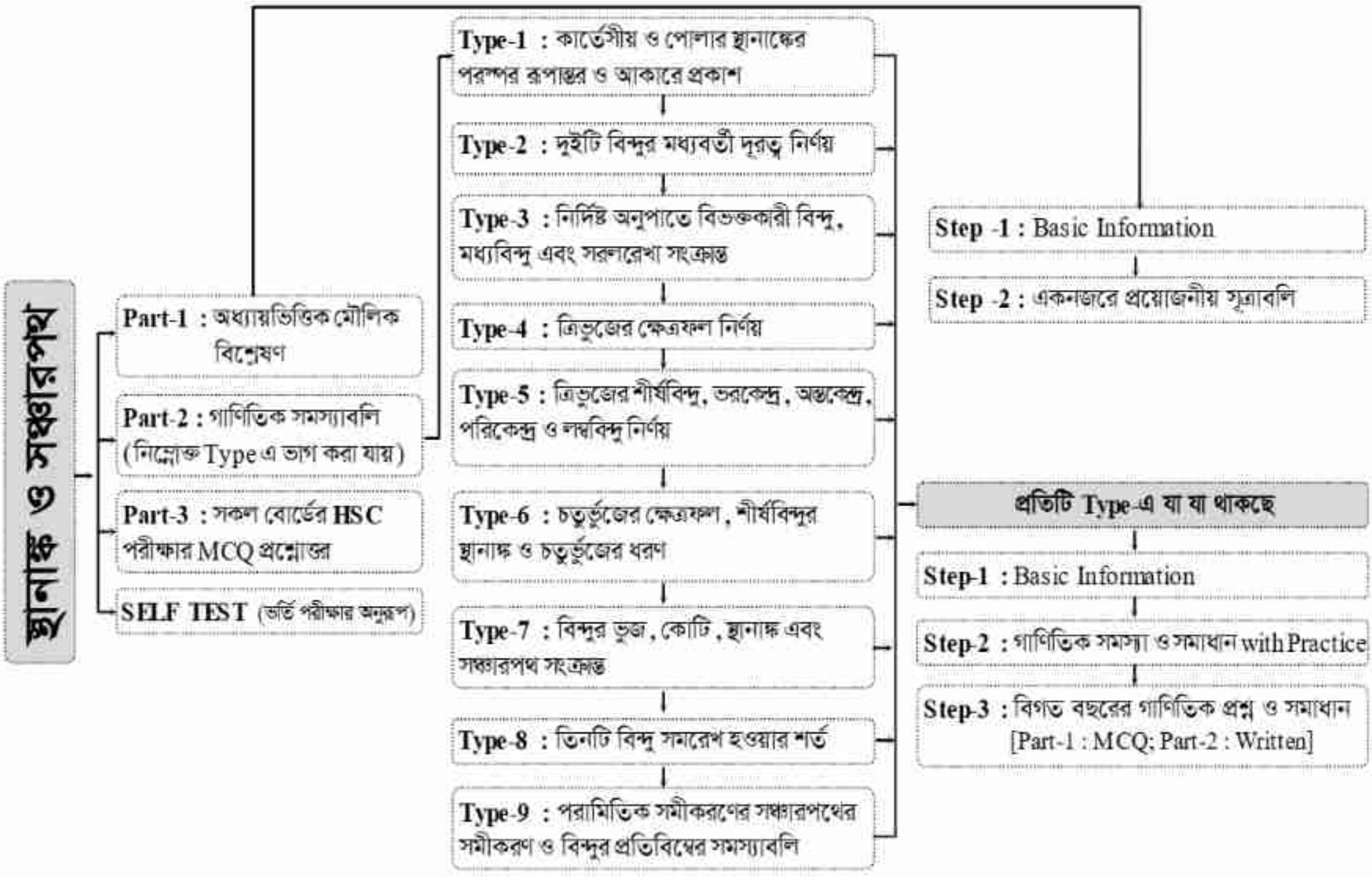
গণিত ১ম পত্র

৩ অধ্যায়

সরলরেখা (Straight Line)



A-স্থানাঙ্ক ও সঞ্চারপথ Chapter Outlook Map



JOYKOLY অধ্যায়টির কোন টপিককে গুরুত্ব দিবো ???

টপিকসমূহ	অতি গুরুত্বপূর্ণ (৯০% +)	গুরুত্বপূর্ণ (৮০% +)	কম গুরুত্বপূর্ণ (৭০% +)	জানা জরুরি(৫০% +)
	■ কার্তেসীয় ও পোলার স্থানাঙ্কের পরস্পর রূপান্তর ও আকারে প্রকাশ ■ চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল, শীর্ষবিন্দুর স্থানাঙ্ক ও চতুর্ভুজের ধরণ ■ তিনটি বিন্দু সমরেখ হওয়ার শর্ত ■ বিন্দুর ভুজ, কোটি, স্থানাঙ্ক এবং সঞ্চারপথ সংক্রান্ত	■ নির্দিষ্ট অনুপাতে বিভক্তকারী বিন্দু, মধ্যবিন্দু এবং সরলরেখা সংক্রান্ত ■ পরামিতিক সমীকরণের সঞ্চারপথের সমীকরণ ও বিন্দুর প্রতিবিম্বের সমস্যাবলি	■ ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু, ভরকেন্দ্র, অন্তঃকেন্দ্র, পরিকেন্দ্র ও লম্ববিন্দু নির্ণয় ■ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয়	■ দুইটি বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব নির্ণয় ■ দুইটি ত্রিভুজের ক্ষেত্রফলকে অনুপাতে প্রকাশ

JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS

JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS

Part 1 অধ্যায়ভিত্তিক মৌলিক বিশ্লেষণ

Step 1 BASIC INFORMATION

❐ **বিন্যাস:** 'বিন্যাস' কথাটির সাধারণ অর্থ 'সাজানো', কয়েকটি জিনিস থেকে কিছু সংখ্যক জিনিস নিয়ে বা সবকয়টি জিনিস একত্রে নিয়ে বিভিন্ন প্রকারে সাজালে, এক এক প্রকার সাজানোকে একটি বিন্যাস বলে।

❐ বিন্যাস হলো কতকগুলো জিনিসের শৃঙ্খলাবদ্ধভাবে সাজানোর একেকটি ব্যবস্থা।

❐ বিন্যাসের মূল কথা Move (নড়াচড়া) করা। Move করলে বিন্যাস হবে আর না করলে বিন্যাস হবে না।

❐ **বিন্যাস সংখ্যা (Number of Permutation) :** কয়েকটি জিনিস থেকে কিছু সংখ্যক জিনিস নিয়ে বা সবকয়টি জিনিস নিয়ে যত রকমে সাজানো যায় সেই সংখ্যাকে বিন্যাস সংখ্যা বলে। n সংখ্যক বিভিন্ন জিনিস হতে r সংখ্যক নিয়ে যত প্রকারে সাজানো যায় সেই সংখ্যাকে ${}^nP_r$ বা $P(n, r)$ বা, P_r^n দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

এখানে, $n, r \in N$ এবং $n \geq r$, ${}^nP_r = \frac{\lfloor n}{\lfloor n-r}$

Step 2 একনজরে প্রয়োজনীয় সূত্রাবলি

❐ **গৌণিক n বা Factorial n এর কয়েকটি ধর্ম :**

i) $n! = n(n-1)(n-2) \ldots\ldots 3.2.1$

ii) $0! = 1$ [একটি পৃথক সংজ্ঞা বা Convention. Actually 0! সংজ্ঞায়িত নয়। $0! = 1$ ধরলে বিন্যাস আলোচনায় সুবিধা হয়]

iii) $\frac{1}{(-n)!} = 0, \frac{k}{(-n)!} = 0$ [n অখণ্ড ধনাত্মক সংখ্যা]

❐ **বিন্যাসের ধর্ম (Properties of Permutation ; ${}^nP_r$):**

i) ${}^nP_n = n(n-1)(n-2) \ldots\ldots 3.2.1 = n!$

i) ${}^nP_{n-1} = n!$ iii) ${}^nP_1 = n$

iv) ${}^nP_0 = 1$ v) ${}^nP_r = {}^{n-1}P_r + r \times {}^{n-1}P_{r-1}$

❐ **বিন্যাসের সমতা ও বৃহত্তম মান:**

(i) ${}^nP_r$ এর মান বৃহত্তম হবে $r = n$ বা $r = n-1$ হলে

(ii) ${}^nP_r = {}^nP_s$ হবে যখন $r = s$ হবে

❐ **বিন্যাসের প্রকারভেদ:** বিন্যাস সাধারণত দুই প্রকারের। যথা-

Ⓐ সারি বিন্যাস (Linear Permutation)

Ⓑ চক্রাকার বিন্যাস (Circular Permutation)

❐ **সারি বিন্যাস:** কতগুলো বস্তুকে যখন সারি বা সরলরেখা বরাবর সাজানো হয় তাকে সারি বিন্যাস বলে।

❐ **চক্রবিন্যাস (Circular Permutation):** কতগুলো জিনিসকে যখন বৃত্তাকারে সাজানো হয় তখন ঐ বিন্যাসকে চক্রাকার/বৃত্তাকার বিন্যাস বলে। এ ক্ষেত্রে কোন বিন্যাসের প্রান্ত থাকে না কিন্তু বাস্তব আপেক্ষিক অবস্থান মুখ্য দুইটি চক্র বিন্যাস ভিন্ন হবে যদি এদের আপেক্ষিক অবস্থান একই না হয়, A, B, C, D চারটি অক্ষরের সবগুলোকে নিয়ে আমরা 4! সংখ্যক সারি বিন্যাস পাই, এদের মধ্যে A, B, C, D; B, C, D, A; C, D, A, B; D, A, B, C স্বতন্ত্র বিন্যাস যাদের প্রান্ত বিন্দুগুলো ভিন্ন এদেরকে চক্রাকার বিন্যাসে বিবেচনা করলে নিচের চিত্র হতে এটা সুস্পষ্ট হয় যে এ চারটি বিন্যাস অভিন্ন এবং এদেরকে A, B, C, D দ্বারা নির্দেশ করা যায়।

Note: উপরের দুই প্রকার বিন্যাস (সারি ও চক্র) ছাড়াও এক প্রকার বিন্যাস আছে। যাকে পুনরাবৃত্তিমূলক বিন্যাস বলে।

❐ **পুনরাবৃত্তিমূলক বিন্যাস:** কোন বিন্যাসের কোন অক্ষর/অংক প্রদত্ত শব্দ বা সংখ্যায় ঐ অক্ষর যতবার আছে তার চেয়ে অধিকবার থাকলে ঐ বিন্যাসকে পুনরাবৃত্তিমূলক বিন্যাস বলে। পুনরাবৃত্তিমূলক বিন্যাসের সংখ্যার মধ্যে সারি বিন্যাসের সংখ্যা অন্তর্ভুক্ত থাকে।

পুনরাবৃত্তিমূলক বিন্যাস = সারি বিন্যাস + একই অক্ষর/অংক একাধিকবার আছে এমন বিন্যাস।

❐ একই অংক একাধিকবার আছে এমন বিন্যাস = (পুনরাবৃত্তিমূলক – সারি) বিন্যাস।

❐ পুনরাবৃত্তিকমূলক বিন্যাস নির্ণয়ের জন্য n^r সূত্র ব্যবহার করতে হয়।

❐ কোনো ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা m কে

(1) n টি ধনাত্মক সংখ্যার সমষ্টিরূপে প্রকাশের মোট উপায় $= {}^{m-1}C_{n-1}$

(2) n টি অঋণাত্মক সংখ্যার সমষ্টিরূপে প্রকাশের মোট উপায় $= {}^{m+n-1}C_{n-1}$

❐ **কখন পুনরাবৃত্তিমূলক বিন্যাস করতে হয়:** নিম্নোক্ত ক্ষেত্রে-

(১) কোন অঙ্ক/অক্ষরকে যতবার ইচ্ছা ততবার নিয়ে

(২) কোন অঙ্ক/অক্ষর প্রদত্ত শব্দে যতবার আছে তার চেয়ে অধিক বার নিয়ে

(৩) খেলার ফলাফল (৪) ভোট দেবার উপায়

(৫) তালার রিং এর বিন্যাস (৬) বাক্সে চিঠি ফেলা

(৭) যে কোন নম্বর (মোবাইল, টাকা, লটারি, লাইসেন্স ইত্যাদি) পুনরাবৃত্তিমূলক বিন্যাস করতে হয়।

❐ **পুনর্বিন্যাস:** মোট বিন্যাসের মধ্যে প্রদত্ত বিন্যাসও একটি বিন্যাস হতে পারে(শর্তসাপেক্ষে)। তাই পুনর্বিন্যাস বলতে মোট বিন্যাস হতে একটি বিন্যাস বাদ দিতে হয়। অর্থাৎ পুনর্বিন্যাস = মোট বিন্যাস –1

যদি বিন্যাসে প্রাথমিক বিন্যাসটি না থাকে, তবে 1 বিয়োগ করতে হবে না।

❐ **বিন্যাসের ক্ষেত্র:**

সাজানো, বিন্যাস করা, বিন্যস্ত করা, শব্দ গঠন, সংখ্যাগঠন, সংকেত গঠন, মন্ত্রীসভা গঠন, টেলিফোন সংযোগ, মালা/হার গাথা, আসন গ্রহণ, ভোট দেয়া, খেলার ফলাফল, নিমন্ত্রণের উপায়, পুরস্কার প্রদান করা ইত্যাদি বলা থাকলে বিন্যাস করতে হয়।

JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS

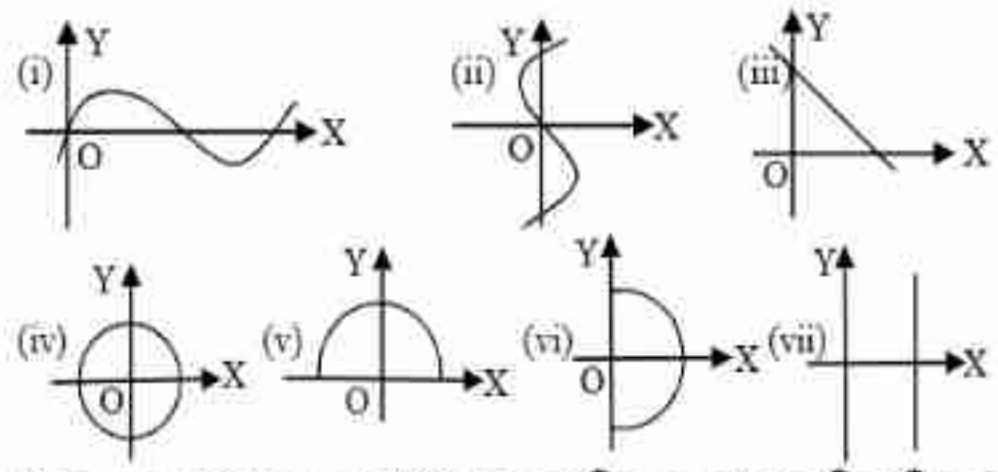
খ. **সেটের মাধ্যমে:** ধরি, A এবং B যেকোন দুইটি বাস্তব সংখ্যার সেট ($x \in A$, $y \in B$) এবং f এমন একটি নিয়ম বা সম্পর্ক যার মাধ্যমে A এর অন্তর্গত প্রত্যেক সদস্য x এর জন্য B সেটটির একটি মাত্র বিম্ব (Image) y নির্ণয় করা যায় তখন f কে A সেট হতে B সেটে বর্ণিত একটি ফাংশন বা চিত্রণ (Mapping) বলা হয় এবং একে $f : A \to B$ দ্বারা নির্দেশ করা হয়।

$f : A \to B$ কে বাংলায় 'f, A সেট হতে B সেটে বর্ণিত একটি ফাংশন' বলে পড়া হয়। $f:A \to B$ কে ইংরেজিতে 'f is a function of A into B' বা 'f is a function from A into (or onto) B' বা 'f maps A into B' বলে পড়া হয়। A কে ডোমেন ও B কে কো-ডোমেন বলা হয়।

গ. **ক্রমযুগলের মাধ্যমে:** $A \times B$ এর উপসেট f কে A সেট হইতে B সেটে ফাংশন বা চিত্রণ কলা হয় (অর্থাৎ $f : A \to B$ হবে) যদি f সেটের অন্তর্গত দুইটি ভিন্ন ক্রমজোড়ের প্রথম পদ একই না থাকে। যেমন- ধরি $A=\{a,b,c\}$ এবং $B=\{2,3,4\}$ সুতরাং $f = \{(a,2), (b,3), (c,4)\}$ একটি ফাংশন কেননা $f \subset A \times B$ কিন্তু $g = \{(a,2), (a,4), (b,4)\}$ কোন ফাংশন নয়। কেননা A সেটের একই a উপাদানটি (a,2) এবং (a,4) ক্রমজোড়ে অর্থাৎ দুইবার বিদ্যমান। আবার $h = \{(a,2), (b,3), (c,4),(d,4)\}$ A হতে B ফাংশন নয়, কেননা $(d,4) \notin (A \times B)$

ঘ) **লেখচিত্র হতে ফাংশনের ধারণা :**

কোনো অন্বয়ের লেখচিত্র যদি xy সমতলে y- অক্ষের সমান্তরাল হয় অথবা y-অক্ষের সমান্তরাল কোনো সরলরেখা যদি লেখচিত্রটিকে একাধিক বিন্দুতে ছেদ করে তবে ঐ লেখচিত্রটি ফাংশনের লেখচিত্র নয়। যেমন :



এখানে, (i), (iii) ও (v) ফাংশনের লেখচিত্র। কারণ লেখচিত্রগুলি y- অক্ষের সমান্তরাল নয় বা y- অক্ষের সমান্তরাল কোনো সরলরেখা লেখচিত্রগুলিকে একাধিক বিন্দুতে ছেদ করে না। অর্থাৎ এর একটি মানের জন্য $y = f(x)$ এর একাধিক মান নাই। কিন্তু (ii), (iv), (vi) ও (vii) ফাংশনের লেখচিত্র নয়। কারণ লেখচিত্রগুলিকে y- অক্ষ বা y- অক্ষের সমান্তরাল সরলরেখা একাধিক বিন্দুতে ছেদ করবে। অর্থাৎ x এর একটি মানের জন্য $y = f(x)$ এর একাধিক মান পাওয়া যায়।

(i) ফাংশনকে অনেক সময় ম্যাপিং (mapping) বা ট্রান্সফরমেশন (transformation) বলা হয়।

(ii) যদি কোন অন্বয়ে একই ১ম পদ বিশিষ্ট দুইটি ভিন্ন ক্রমজোড় না থাকে তবে উক্ত অন্বয়টি ফাংশন।

(iii) সকল ফাংশনই অন্বয় কিন্তু সকল অন্বয় ফাংশন নয়।

❐ **ডোমেন ও রেঞ্জ:** x এর যে সকল মানের জন্য ফাংশন সংজ্ঞায়িত হয় সে সকল মানের সেটকে ডোমেন বা চরণস্থল (Domain) বলে এবং ফাংশনটিতে x এর মান বসালে যে মানগুলো পাওয়া যায় সেগুলোর সেটকে রেঞ্জ বা বিস্তার বা পাল্লা (Range) বলে। সংক্ষেপে ডোমেনকে D_f এবং রেঞ্জকে R_f দ্বারা সূচিত করা হয়।

Step ② ফাংশনের সংজ্ঞাবলি

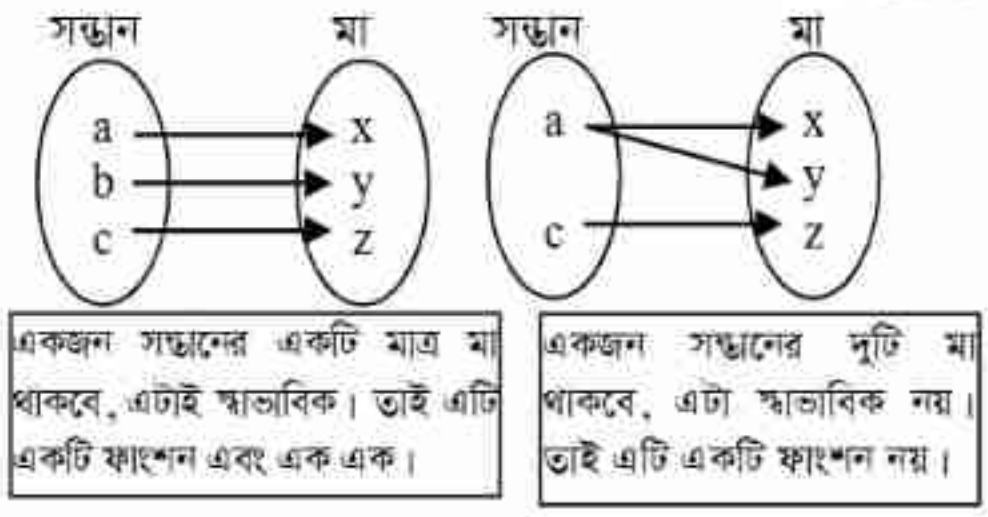
➢ **সীমাবদ্ধ ফাংশন (Bounded Function):** যদি f(x) ফাংশনকে [a, b] ব্যবধিতে সংজ্ঞায়িত করা হয় এবং দুইটি বাস্তব সংখ্যা t ও T পাওয়া যায়; যেখানে [a, b] ব্যবধির x এর সকল মানের জন্য $t \le f(x) \le T$ হয়, তবে f(x) কে সীমাবদ্ধ ফাংশন বলে। এখানে, t কে f(x) ফাংশনের নিম্নসীমা ও T কে f(x) ফাংশনের উর্ধ্বসীমা কলা হয়।

➢ **পর্যায়ী বা পর্যাবৃত্ত ফাংশন (Periodic function):** যে ফাংশনের মান চলকের একটি নির্দিষ্ট মান পরপর পুনঃরাবৃত্তি হয় তাকে পর্যায়ী বা পর্যাবৃত্ত ফাংশন বলে এবং চলকের ঐ মানটিকে ফাংশনের পর্যায়কাল বা মৌলিক পর্যায় বলে। যেমন- সমস্ত ত্রিকোণমিতিক ফাংশনই পর্যায়ী ফাংশন (sinx, cosx, tanx, cotx, cosecx, secx)

➢ **ব্যক্ত ফাংশন (Explicit function):** যে সকল ফাংশনকে $y = f(x)$ বা $x = f(y)$ আকারে প্রকাশ করা যায় তাদেরকে ব্যক্ত ফাংশন বলে।
যেমন: $ax^2 + by + c = 0$ ও $ay^3 + by^2 + cx + d = 0$ ব্যক্ত ফাংশন।

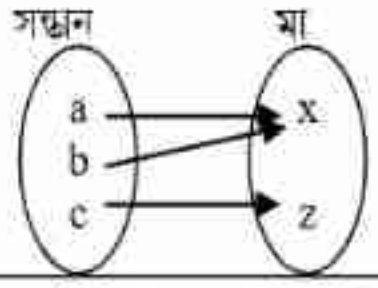
➢ **অব্যক্ত ফাংশন (Implicit function):** যে সকল ফাংশনকে $y = f(x)$ বা $x = f(y)$ আকারে প্রকাশ করা যায় না তাদেরকে অব্যক্ত ফাংশন বলে।
যেমন: $x^2y^2 + 5xy - 2y^3 = 0$ ও $x + y = \tan(x-y)$ অব্যক্ত ফাংশন।

একটি মজার বিষয়ের মাধ্যমে ফাংশন: কোন একটি অন্বয় ফাংশন কি না কিংবা ফাংশন হলে, কেমন ফাংশন (এক-এক/বহু-এক সার্বিক/অসার্বিক ইত্যাদি) তা ম্যাপিং দেখে সহজে মনে রাখার নিয়ম : ডোমেনকে সন্তানদের সেট এবং কো-ডোমেনকে মায়েদের সেট মনে করি। এবার বাস্তবে যা ঘটতে পারে তা ফাংশন এবং বাস্তবে যা ঘটতে পারে না তা ফাংশন নয়।

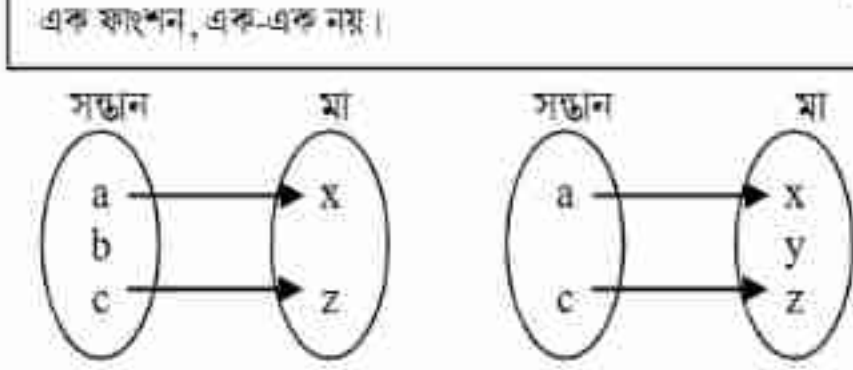


একজন সন্তানের একটি মাত্র মা থাকবে, এটাই স্বাভাবিক। তাই এটি একটি ফাংশন এবং এক এক।

একজন সন্তানের দুটি মা থাকবে, এটা স্বাভাবিক নয়। তাই এটি একটি ফাংশন নয়।



দু'জন সন্তানের একটি মা থাকতে পারে, এটা স্বাভাবিক। তাই এটি একটি ফাংশন। কিন্তু বহু সন্তান বিশিষ্ট মা থাকার কারণে উহা বহু-এক ফাংশন, এক-এক নয়।



মা ছাড়া সন্তান থাকতে পারে, এটা স্বাভাবিক নয়, তাই এটি একটি ফাংশন নয়, অন্বয় মাত্র। (মনে রাখবে, ডোমেনে অতিরিক্ত উপাদান থাকলে ফাংশন হয় না। এখানে b ডোমেনের অতিরিক্ত উপাদান)

মা আছেন সন্তান নেই এটা স্বাভাবিক। তাই এটি একটি ফাংশন তবে নিঃসন্তান মা থাকায় উহা সার্বিক হবে না, অসার্বিক।

খুলনা বিশ্ববিদ্যালয়

01. $\sqrt[4]{-81}$ এর মান কত? [KU:15-16;JU:24-25,HSTU:19-20]

Ⓐ $(1 \pm i)$ Ⓑ $\frac{\sqrt{3}}{2}i$ Ⓒ $\pm\frac{\sqrt{3}}{2}(1 \pm i)$ Ⓓ $\pm\frac{3}{\sqrt{2}}(1 \pm i)$

Solve $\sqrt[4]{-81} = \sqrt[4]{-9^2} = \pm\sqrt{\frac{9}{2}}(1 \pm i) = \pm\frac{3}{\sqrt{2}}(1 \pm i)$

চট্টগ্রাম বিশ্ববিদ্যালয়

01. $\sqrt[4]{-16} = ?$ [CU: 04-05; RUET 10-11]

Ⓐ $\pm\sqrt{5}(1+i)$ Ⓑ $\pm\sqrt{2}(1-i)$ Ⓒ $\sqrt{2}(1 \pm i)$ Ⓓ $\pm\sqrt{2}(1 \pm i)$

Solve $\sqrt[4]{-16} = \sqrt[4]{-4^2} = \pm\sqrt{\frac{4}{2}}(1 \pm i) = \pm\sqrt{2}(1 \pm i)$

BUET

01. -625 এর চতুর্থ মূল কোনটি? [BUET:20-21]

Ⓐ $\pm\frac{1}{\sqrt{2}}(1 \pm i)$ Ⓑ $\pm\frac{2}{\sqrt{3}}(1 \pm i)$ Ⓒ $\pm\frac{1}{\sqrt{5}}(5 \pm i)$ Ⓓ $\pm\frac{5}{\sqrt{2}}(1 \pm i)$

Solve $\sqrt[4]{-n^2} = \sqrt{\frac{n}{2}}(1 \pm i)$

$\therefore \sqrt[4]{-625} = \sqrt[4]{-25^2} = \sqrt{\frac{25}{2}}(1 \pm i) = \pm\frac{5}{\sqrt{2}}(1 \pm i)$

Type 8 সঞ্চারপথের সমীকরণ ও প্রকৃতি নির্ণয়

Step 1 BASIC INFORMATION

➢ **সঞ্চারপথের প্রকৃতি:** $z = x + iy$ এর ক্ষেত্রে সঞ্চারপথের সমীকরণের প্রকৃতি

Technic 01: $|z| = k$ আকৃতি বৃত্ত নির্দেশ করে যার কেন্দ্র $(0, 0)$; ব্যাসার্ধ $= k$

Technic 02: $|z - k_1| = k_2$ আকৃতি বৃত্ত নির্দেশ করে যার কেন্দ্র $(k_1, 0)$; ব্যাসার্ধ $= k_2$

Technic 03: $|z + k_1| = |z + k_2|$ আকৃতি সরলরেখা নির্দেশ করে।

Technic 04: $|az + k_1| = |bz + k_2|$ আকৃতি বৃত্ত নির্দেশ করে।

Technic 05: $|z + k_1| + |z + k_2| = k_3$ আকৃতি উপবৃত্ত নির্দেশ করে।

Technic 06: $|z + k_1| - |z + k_2| = k_3$ আকৃতি অধিবৃত্ত নির্দেশ করে।

এখানে a, b, k প্রত্যেকে ধ্রুবক।

Technic 07: $z\bar{z} = a^2$ বৃত্ত সূচিত করে যার কেন্দ্র মূলবিন্দু ও ব্যাসার্ধ a।

Technic 08: $z\bar{z} = 0$ বিন্দুবৃত্ত সূচিত করে যার কেন্দ্র $(0, 0)$ ও ব্যাসার্ধ 0

Technic 09: $|z + k_1| = x$ বা y হলে, পরাবৃত্ত নির্দেশ করে।

Technic 10: $|az + k| = x$ বা y হলে উপবৃত্ত নির্দেশ করে।

Technic 11: $|z + k_1| = |\bar{z} + k_2|$ সরলরেখা নির্দেশ করে।

Technic 12: $\left|\frac{z+a}{z+b}\right| = k$; $k = 1$ হলে সরলরেখা নির্দেশ করে, $k \neq 1$ হলে, বৃত্ত নির্দেশ করে।

Step 2 গাণিতিক সমস্যা ও সমাধান with Practice

Prob-01 $z = x + iy$ হলে, $|x - 5| = x$ সমীকরণটি কি নির্দেশ করে?

Solve $|x - 5| = x \Rightarrow \sqrt{(x-5)^2 + y^2} = x$

$\Rightarrow x^2 - 10x + 25 + y^2 = x^2 \Rightarrow y^2 = 10x - 25$ যা পরাবৃত্ত

Prob-02 $z = x + iy$ হলে, $|2z - 3| = y$ সমীকরণটি কি নির্দেশ করে?

Solve $|2z - 3| = y \Rightarrow \sqrt{(2x-3)^2 + (2y)^2} = y$

$\Rightarrow 4x^2 - 12x + 9 + 4y^2 = y^2 \Rightarrow 4x^2 - 12x + 3y^2 + 9 = 0$

যা উপবৃত্ত নির্দেশ করে।

Prob-03 $z = x + iy$ হলে $|z - 1| = |2z|$ এর সমতুল্য সমীকরণটি কি নির্দেশ করে?

Solve $|z - 1| = |2z| \Rightarrow \sqrt{(x-1)^2 + y^2} = \sqrt{(2x)^2 + (2y)^2}$

$\Rightarrow x^2 - 2x + 1 + y^2 = 4x^2 + 4y^2$

$\Rightarrow 3x^2 + 3y^2 + 2x - 1 = 0$ যা বৃত্ত নির্দেশ করে।

Prob-04 $r(1 - r) = 1$ এর জটিল মূলদ্বয় z_1 ও z_2 হলে, প্রমাণ কর যে, $z_1^3 + z_2^3 = -2$

Solve $r(1 - r) = 1 \Rightarrow r - r^2 = 1 \Rightarrow r^2 - r + 1 = 0$ ....(i)

$\therefore z_1 + z_2 = 1$... (ii) এবং $z_1 z_2 = 1$..... (iii)

এখন, $z_1^3 + z_2^3 = (z_1 + z_2)^3 - 3z_1z_2(z_1 + z_2) = 1 - 3 \times 1 \times 1 = -2$

$\therefore$ L.S = R.S **(Proved)**

For Practice

01. $z = x + iy$ হলে, $|z - 1| + |z + 1| = 4$ দ্বারা বর্ণিত সঞ্চারপথ? **Ans:** উপবৃত্ত

Step 3 বিগত বছরের গাণিতিক প্রশ্ন ও সমাধান

Part-1 : MCQ
Part-2 : Written

★★★ Part-1 : MCQ ★★★

ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয়

01. $z = x + iy$ হলে, $|z - 5| + |z + 5| = 16$ দ্বারা নির্দেশিত সঞ্চারপথের সমীকরণ কোনটি? [DU-A : 16-17,JnU:24-25]

Ⓐ বৃত্ত Ⓑ পরাবৃত্ত Ⓒ অধিবৃত্ত Ⓓ উপবৃত্ত

Solve $|z - 5| + |z + 5| = 16 \Rightarrow |x + iy - 5| + |x + iy + 5| = 16$

$\Rightarrow \sqrt{(x-5)^2 + y^2} + \sqrt{(x+5)^2 + y^2} = 16$

$\Rightarrow \sqrt{(x+5)^2 + y^2} = 16 - \sqrt{(x-5)^2 + y^2}$

$\Rightarrow (x+5)^2 + y^2 = 256 - 32\sqrt{(x-5)^2 + y^2} + (x-5)^2 + y^2$

$\Rightarrow (x+5)^2 - (x-5)^2 = 256 - 32\sqrt{(x-5)^2 + y^2}$

$\Rightarrow 20x = 256 - 32\sqrt{(x-5)^2 + y^2} \Rightarrow 5x = 64 - 8\sqrt{(x-5)^2 + y^2}$

$\Rightarrow 8\sqrt{(x-5)^2 + y^2} = 64 - 5x$

$\Rightarrow 64(x^2 - 10x + 25 + y^2) = 4096 - 640x + 25x^2$

$\Rightarrow 64x^2 - 640x + 1600 + 64y^2 = 4096 - 640x + 25x^2$

$\Rightarrow 39x^2 + 64y^2 = 2496 \Rightarrow \frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{39} = 1$ যা উপবৃত্ত.

Shortcut: যদি $|z + k_1| + |z + k_2| = k_3$ হয় তবে, উপবৃত্ত প্রকাশ করবে। অতএব প্রদত্ত সমীকরণটি উপবৃত্ত প্রকাশ করে ।

জাহাঙ্গীরনগর বিশ্ববিদ্যালয়

01. $z = x + iy$ হলে $|z + 1| = |z - i|$ দ্বারা নির্দেশিত সঞ্চারপথ কোনটি? [JU:24-25]

Ⓐ সরলরেখা Ⓑ বৃত্ত Ⓒ পরাবৃত্ত Ⓓ উপবৃত্ত

Solve $|z + 1| = |z - i| \Rightarrow |x + iy + 1| = |x + iy - i|$

$\Rightarrow \sqrt{(x+1)^2 + y^2} = \sqrt{x^2 + (y-1)^2}$

$\Rightarrow x^2 + 2x + 1 + y^2 = x^2 + y^2 - 2y + 1$

$\Rightarrow 2x = -2y \Rightarrow y = -x$ যা সরলরেখা

JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS

Type 5 ভেদকৃত তক্তার সংখ্যা নির্ণয়

Step 1 BASIC INFORMATION

➢ একটি বুলেট একটি তক্তা ভেদ করতে তার বেগের $\frac{1}{n}$ অংশ হারায়, থেমে যাওয়ার পূর্বে কতগুলো তক্তা ভেদ করতে পারবে (n এর মান 0 বা $\frac{1}{2}$ হতে পারবে না)?

ভেদকৃত তক্তার সংখ্যা $= \frac{n^2}{2n-1}$

অথবা, ভেদকৃত তক্তার সংখ্যা $= \frac{n}{2}$

➢ বেগের মান $= \sqrt{\text{ভেদকৃত তক্তার সংখ্যা}}$

➢ যখন হারানো বেগ $= \frac{1}{n}$ অংশ, তখন দূরত্ব/সরণ $= \frac{S}{n^2-1}$
যেখানে S = আদি সরণ।

➢ একটি বুলেট কোনো দেয়ালের ভিতর S ইঞ্চি ভেদ করতে এর বেগের $\frac{1}{n}$ অংশ হারায়। বুলেটটি দেয়ালের ভিতর ঢুকবে $= \frac{S(n-1)^2}{2n-1}$
এবং মোট প্রবেশ করবে $= \frac{Sn^2}{2n-1}$

➢ যখন হারানো বেগ $= \frac{1}{2}$ বা আদিবেগের অর্ধেক, তখন দূরত্ব/সরণ $= \frac{S}{3}$

Step 2 গাণিতিক সমস্যা ও সমাধান with Practice

Prob-01 একটি বুলেট একটি নির্দিষ্ট পুরুত্বের তক্তা ভেদ করতে পারে। যদি বেগ 6 গুণ করা হয় তবে কতকগুলো তক্তা ভেদ করতে পারবে?

Solve ∴ ভেদকৃত তক্তার সংখ্যা $= (\text{বেগ})^2 = 6^2 = 36$ টি

Prob-02 একটি বুলেট একটি নির্দিষ্ট পুরুত্বের তক্তা ভেদ করতে পারে। যদি 49টি তক্তা ভেদ করতে পারে তবে তার বেগ কত গুণ করতে হবে?

Solve বেগের মান $= \sqrt{\text{ভেদকরা তক্তার সংখ্যা}} = \sqrt{49} = 7$

Prob-03 একটি রাইফেলের গুলি 15m দেয়াল ভেদ করার পর তার বেগ অর্ধেক হল। কতদূর অতিক্রম করার পর তার বেগ শূন্য হবে?

Solve সরণ $= S' = \frac{S}{n^2-1} = \frac{15}{2^2-1} = 5m$

অথবা, সরণ, $S' = \frac{S}{3} = \frac{15}{3} = 5m$

Prob-04 20m দূরত্ব অতিক্রম করার পর বন্তুর বেগ $\frac{1}{4}$ হলে আর কতটুকু সরণ ঘটবে?

Solve $S' = \frac{S(n-1)^2}{2n-1} = \frac{20(4-1)^2}{2\times4-1} = \frac{180}{7}$ m

Special For Written

01. একটি বুলেট একটি তক্তা ভেদ করতে তার বেগের $\frac{1}{20}$ অংশ হারায়। থেমে যাওয়ার পূর্বে কতকগুলো তক্তা ভেদ করতে পারবে? [CU:16-17]

Solve ভেদকৃত তক্তা $= \frac{(\text{শেষ বেগের হর})^2}{(\text{শেষ বেগের হর})^2 - (\text{শেষ বেগের লব})^2}$

প্রদত্ত সমস্যায়, বুলেটের আদি বেগ 1 অংশ, শেষ বেগ $= 1 - \frac{1}{20} = \frac{19}{20}$

∴ ভেদকৃত তক্তা $= \frac{20^2}{20^2-19^2} = 10$টি

Shortcut: n = 20 ∴ ভেদকৃত তক্তা $= \frac{n}{2} = \frac{20}{2} = 10$টি

02. একটি বুলেট একটি তক্তা ভেদ করতে তার বেগের $\frac{1}{10}$ অংশ হারায়। তক্তার প্রতিরোধ ক্ষমতা সুষম হলে, থামবার পূর্বে বুলেটটি কতগুলো তক্তা ভেদ করতে পারবে?

Solve তক্তার সংখ্যা $= \frac{n^2}{2n-1} = \frac{10^2}{2\times10-1} = \frac{100}{19} \approx 5$ টি (প্রায়)

For Practice

01. একটি বুলেট একটি লক্ষ্য বস্তুতে 3 cm ভেদ করে এর অর্ধেক বেগ হারায়। বুলেটটি আরও কতটা ভেদ করবে? **Ans:** 1 cm

Step 3 বিগত বছরের গাণিতিক প্রশ্ন ও সমাধান

Part-1 : MCQ
Part-2 : Written

★★★ Part-1 : MCQ ★★★

ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয়

01. একটি বুলেট কোন দেয়ালের ভিতর 2 ইঞ্চি ঢুকবার পর উহার অর্ধেক বেগ হারায়। বুলেটটির দেয়ালের ভিতর আরো কত ইঞ্চি ঢুকবে? [DU:09-10; HSTU:24-25,JU 16-17; IU 16-17;CUM:18-19]

Ⓐ 2 Ⓑ $\frac{2}{3}$ Ⓒ 1 Ⓓ $\frac{1}{2}$

B Solve $S' = \frac{S}{3} = \frac{2}{3}$ ইঞ্চি

রাজশাহী বিশ্ববিদ্যালয়

01. রাইফেলের একটি গুলি একটি তক্তা ভেদ করে। গুলির বেগ তিনগুণ করা হলে একই পুরুত্বের কয়টি তক্তা ভেদ করবে? [RU:14-15]

Ⓐ 3 Ⓑ 9 Ⓒ 12 Ⓓ 18

B Solve তক্তার সংখ্যা $= 3^2 = 9$

★★★ Part-2 : Written ★★★

01. একটি বুলেট বালির বস্তা 6 cm ভেদ করার পর $\frac{1}{3}$ বেগ হারায়। বুলেটটি বস্তার মধ্যে কত সেন্টিমিটার প্রবেশ করে থেমে যাবে? [DU-A:23-24]

Solve মনে করি, বুলেট বালিতে প্রবেশ মুহূর্তে বেগ u ছিল।

শেষ বেগ $= u - \frac{u}{3} = \frac{2u}{3}$

মন্দন f হলে, $f = \frac{u^2 - \left(\frac{2u}{3}\right)^2}{2\times6} = \frac{u^2\left(1-\frac{4}{9}\right)}{12} = \frac{5u^2}{12\times9}$

আবার, মনে করি, বুলেটটি আরও dcm গিয়ে থামে

তাহলে, $0^2 = \left(\frac{2u}{3}\right)^2 - 2.f.d \Rightarrow 2fd = \frac{4u^2}{9}$

$\Rightarrow d = \frac{4u^2}{9}\times\frac{1}{2f} = \frac{4u^2}{9}\times\frac{12\times9}{2\times5u^2} = \frac{24}{5}$ cm

∴ মোট বস্তার মধ্যে প্রবেশ করবে $= 6 + \frac{24}{5} = \frac{54}{5}$ cm

Shortcut : মোট বস্তার মধ্যে প্রবেশ করবে $= \frac{Sn^2}{2n-1} = \frac{6\times3^2}{2\times3-1} = \frac{54}{5}$ cm

JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS